

Liceo Scientifico Morgagni di Roma

Programma di Matematica

Classe 5 H

a.s.: 2023-24

1. Funzioni reali di variabile reale: definizione di funzione, classificazione delle funzioni, dominio di una funzione, zeri, segno di una funzione
2. Proprietà delle funzioni: funzioni crescenti, decrescenti, funzioni periodiche, funzioni pari e funzioni dispari, funzioni composte, funzione inversa
3. Limiti di funzioni: definizione di intervalli, intorno di un punto, punti isolati e punti di accumulazione, significato ed interpretazione geometrica di un limite di funzione, condizione di esistenza di un limite, verifica dell'esistenza delle varie tipologie di limite
4. Calcolo dei limiti: limiti di funzioni elementari, limite di una somma e di una differenza di funzioni, limite di un prodotto, limite di un quoziente, limite delle funzioni composte, limite di $f(x)^{g(x)}$
5. Forme di indecisione nei limiti: analisi delle varie forme di indecisione al variare della tipologia di limite e relative tecniche di risoluzione
6. Limiti notevoli: limiti di funzioni goniometriche; applicazione del limite notevole contenente la funzione goniometrica $\sin x$ o $\sin f(x)$; generalizzazione dei limiti notevoli in seno e coseno; dimostrazione del limite del reciproco di $\sin x/x$; il teorema del numero di Nepero; dimostrazione dei limiti notevoli di funzioni logaritmiche ed esponenziali; generalizzazioni al caso di limiti di funzioni composte
7. Funzioni continue: condizione di continuità di una funzione in un punto; continuità nel dominio; il teorema di Weierstrass; il teorema dei valori intermedi; il teorema di esistenza degli zeri
8. Punti di discontinuità di una funzione: punti di discontinuità di prima specie, di seconda specie, di terza specie
9. Asintoti: significato geometrico di asintoto, condizioni di esistenza di un asintoto verticale, di un asintoto orizzontale, di un asintoto obliquo
10. Grafico probabile di una funzione: campo di definizione, studio del segno di una funzione, ricerca degli zeri, intersezioni con l'asse delle ordinate, identificazione di eventuali proprietà della funzione, ricerca e classificazione di eventuali discontinuità, ricerca di asintoti verticali, asintoti orizzontali, asintoti obliqui; grafico probabile
11. Derivate: definizione di rapporto incrementale; significato geometrico del limite del rapporto incrementale; funzione derivata e derivata di una funzione; derivata sinistra e derivata destra; equazione della retta tangente ad una funzione in un punto; continuità e derivabilità; criterio di derivabilità

12. Derivate fondamentali: derivata di una costante, derivata della funzione potenza, derivata della funzione seno, derivata della funzione coseno, derivata della funzione esponenziale, derivata della funzione logaritmica, formule generalizzate
13. Operazioni con le derivate: derivata del prodotto di una costante per una funzione, derivata della somma o della differenza di due funzioni, derivata del prodotto di funzioni, derivata del quoziente di funzioni, derivata di una funzione composta, derivata di $f(x)^{g(x)}$, derivata delle funzioni goniometriche inverse
14. Derivate di ordine superiore al primo: calcolo di derivate seconde e modalità di calcolo delle derivate successive
15. Retta tangente e retta normale ad una curva
16. Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi
17. Teoremi del calcolo differenziale: differenziale di una funzione; Teorema di Rolle; Teorema di Lagrange; Teorema di Cauchy; Teorema di De L'Hospital
18. Massimi, minimi e flessi: massimi e minimi assoluti; massimi e minimi relativi; il teorema di Fermat; ricerca dei massimi e minimi relativi mediante derivata prima; punti stazionari di flesso orizzontale
19. Flessi e derivata seconda: concavità e segno della derivata seconda; flessi a tangente obliqua
20. Problemi di ottimizzazione: concetto di funzione obiettivo; analisi dei vincoli; determinazione dei massimi e minimi di una funzione; accettabilità delle soluzioni in base alle condizioni poste dal problema
21. Studio delle funzioni, con ricerca di massimi, minimi e flessi: schema di analisi generale; studio applicato alle seguenti funzioni: funzioni polinomiali; funzioni razionali fratte; funzioni irrazionali; funzioni esponenziali; funzioni logaritmiche; funzioni goniometriche; funzioni inverse delle funzioni goniometriche; funzioni con valori assoluti
22. Integrali indefiniti: definizione di funzione primitiva; famiglie di primitive e interpretazione geometrica; integrale indefinito; definizione di funzione integrabile; condizione sufficiente di integrabilità; proprietà dell'integrale indefinito
23. Integrali indefiniti immediati: integrale di una potenza; integrale della funzione esponenziale; integrale delle funzioni goniometriche; integrale delle funzioni le cui primitive sono le funzioni goniometriche inverse; integrale delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta
24. Integrazione per sostituzione: il metodo della sostituzione; conseguenze del cambio di variabile; applicazione del metodo della sostituzione con riconducibilità della funzione integranda al rapporto tra polinomi; integrazione di funzioni razionali fratte con numeratore di grado superiore al denominatore; integrazione di funzioni razionali fratte con denominatore di secondo grado (e numeratore di grado inferiore); tecniche risolutive relative ai differenti casi con discriminante positivo, nullo o negativo; caso con denominatore di grado superiore al secondo.

25. Integrali definiti: definizione generale di un integrale definito; integrale di una funzione continua positiva o nulla; integrale di una funzione continua di segno qualsiasi; proprietà dell'integrale definito; Teorema della media; la funzione integrale; il Teorema fondamentale del calcolo integrale (Teorema di Torricelli Barrow); la formula di Leibniz-Newton; calcolo delle aree: area compresa tra una curva e l'asse x; area compresa tra due curve; area compresa tra una curva e l'asse y; calcolo dei volumi: volume di un solido di rotazione: rotazione attorno all'asse x; rotazione intorno all'asse y; metodo dei gusci cilindrici; il metodo delle sezioni.

26. Integrali impropri: definizione di funzione integrabile in senso improprio; integrale di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità in un intervallo finito; integrale di una funzione in un intervallo illimitato

27: Equazione differenziali: equazioni differenziali del primo ordine e problema di Cauchy; equazioni del tipo : $dy/dx=f(x)$; equazioni a variabili separabili; equazioni lineari del primo ordine